

건설 로봇에 사용될 수 있는 AR4 MK3 형 로봇 팔의 역기구학 식 유도

A Development of the Inverse Kinematics of AR4 MK3 Type Robot Manipulator That Can Be Used as a Construction Robot

박 영 환*

Park, Young Hwan

Abstract

These days, there has been an increase in the number of cases where robots are applied to construction site. The brick laying robot, 3D printing robots for construction, site marking robot and panel installation robots are the examples. The robot manipulator is necessary for the robot to pick up and place some object like brick. To design and build the robot manipulator, the forward and inverse kinematics should be derived. So, in this paper we derived the forward and inverse kinematics of the AR4 MK3 type 6 DOF robot manipulator.

키워드 : 건설 로봇, 로봇팔, 정기구학, 역기구학

Keywords : Construction Robot, Robot Manipulator, Forward Kinematics, Inverse Kinematics

1. 서 론

최근 로봇을 건설 산업 각 분야에서 활용하는 건설 로봇에 대한 다양한 연구와 이용이 이루어지고 있다(이상현, 2022, Gambao, 1997, Bock, 1996, You, 2004). 지금까지 로봇은 주로 공장과 같은 생산 현장에서 자동화를 위한 요소로써 이용되어 왔으나 최근에는 휴머노이드 로봇 형태로 인간을 대체할 수 있는 모든 분야에 이용하려는 연구와 시도가 이루어지고 있다.

건설 분야는 인건비 상승과 고령화로 인한 노동 인력 부족으로 인해 어려움을 겪고 있는 산업 분야이고 이를 해결하기 위해 건설 로봇 및 이를 활용한 건설 자동화 기술을 적용하는 사례들이 점점 늘어나고 있다. 건설 로봇의 도입은 위험한 건설 작업 환경에서 작업자의 안전성을 향상시키고 높은 시공 정확도와 공사비 절감 효과를 가져올 것으로 기대되어서 건설 산업과 로봇 공학을 접목시킬 수 있는 분야에 대한 연구와 적용 사례가 점점 증대되고 있는 상황이다. 이러한 건설 로봇 활용 사례를 몇가지 살펴보면 건물 벽면 조립 로봇(wall assembly robot)(Bock, T., Stricker, D., Fliendner, J. and Huynh, T., 1996), 브릭 쌓기 로봇(brick laying robot), 건설용 3D 프

린터(3D printer for construction) 등을 예로 들 수 있다.

건설 로봇의 형태는 다양한 종류가 있으나 일반적으로 가장 범용적인 형태는 로봇팔(robot manipulator) 형태를 꼽을 수 있다. 6자유도(6 degree of freedom)를 가진 로봇팔은 인간의 팔과 같이 일정 영역 내의 3차원 공간 상의 임의의 위치에 사람 손에 해당하는 end-effector를 임의의 방향으로 위치시킬 수가 있어서 활용 측면에서 가장 일반적이고 범용적인 형태이다. 이러한 관점에서 로봇팔을 설계하고 제작할 수 있는 기술은 산업적 수요 측면에서 매우 필요한 기술이라고 할 수 있다.

이에 따라서 본 연구에서는 미국 Annin Robotics 사에서 제작 판매하고 있는 AR4 MK3 형 로봇팔에 대한 역기구학(inverse kinematics)(Craig, 1986) 식을 유도하는 것을 연구 목표로 하였다. 역기구학 식은 3차원 공간 기준 좌표계 상에서 로봇팔 end-effector의 위치 및 방향을 원하는대로 위치시키기 위해서 필요한 6개 로봇 관절의 회전 각도를 얻어내기 위해서 필요한 식이고 로봇 설계에 있어서 매우 중요한 식이라고 할 수 있다.

2. AR4 MK3 로봇팔 구조 및 역기구학 식 유도

2.1 AR4 MK3 구조 및 사양

Figure 1은 브릭 쌓기에 활용되고 있는 로봇이다. 이 로봇은 본 연구에서 대상으로 삼고 있는 AR4 MK3와 유사한 로봇팔 형태의 로봇이다. AR4 MK3 로봇팔은 미국

* 한국교통대학교 전자공학과 교수

이 논문은 2025년 국립한국교통대학교 글로벌대학30사업의 지원을 받아 수행하였음.

Annin Robotics 사에서 판매하고 있는 로봇팔이며 6자유도를 가지고 있고 Figure 2과 같은 외형을 가지고 있다. 링크를 일직선으로 뻗었을 때 전체 링크 부분 길이는 대략 80cm 정도 되고 6개의 관절(joint)은 스텝 모터로 구동시키며 그립퍼(gripper)를 사용하여 대략 1.8kg의 물체를 들어 올릴 수 있다.

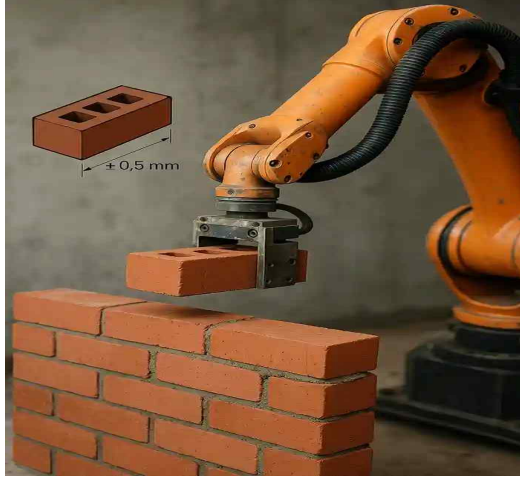


Figure 1. Brick Laying Robot, Titan Machinery



Figure 2. AR4 MK3 Robot Manipulator

2.2 로봇팔 링크에 대한 프레임 설정과 정기구학 유도

Craig(1986)를 참고로 AR4 MK3 로봇팔 링크들에 Figure 3과 같이 링크 프레임(frame)을 설정한다. 이 프레임 설정은 본 논문에서 고유하게 제안하는 방식이다. 그리고 Figure 3으로부터 다음 Table 1과 같이 링크 파라미터(Link Parameter)를 구한다. Craig(1986)에 의하면 Table 1의 링크 파라미터를 이용하여 링크 프레임 $\{i-1\}$ 에서

링크 프레임 $\{i\}$ 로의 변환 행렬(transformation matrix)을 (1)과 같이 구할 수 있다. Equation 1에서 $c\theta_i$ 는 $\cos\theta_i$ 를, $s\theta_i$ 는 $\sin\theta_i$ 를 의미한다.

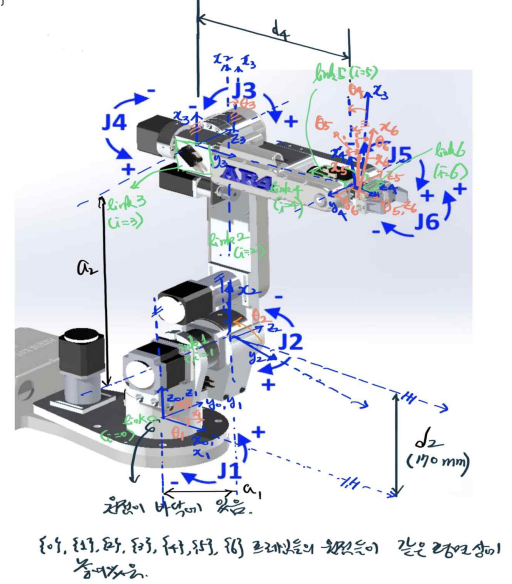


Figure 3. Link Frames assigned for AR4 MK3 Robot Manipulator

Table 1. Link Parameter

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_{i-1}
1	0	0	0	θ_1
2	-90 °	60mm	170mm	θ_2
3	0	300mm	0	θ_3
4	-90 °	0	230mm	θ_4
5	90 °	0	0	θ_5
6	-90 °	0	0	θ_6

$${}^{i-1}_iT = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Equation 1을 이용하여 인접 링크 사이의 변환 행렬 ${}^0_1T, {}^1_2T, {}^2_3T, {}^3_4T, {}^4_5T, {}^5_6T$ 을 각각 구한 후 전부 곱하여 기준 프레임 $\{0\}$ 에서 그립퍼 프레임 $\{6\}$ 으로의 변환 행렬을 Equation 2와 같이 구한다.

$${}^0_6T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기에서,

$$\begin{aligned}
 r_{11} &= c_1 [c_{23}(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - s_{23}s_5c_6] \\
 &\quad + s_1(s_4s_5c_6 + c_4s_6) \\
 r_{21} &= s_1 [c_{23}(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - s_{23}s_5c_6] \\
 &\quad - c_1(s_4s_5c_6 + c_4s_6) \\
 r_{31} &= -s_{23}(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - c_{23}s_5c_6 \\
 r_{12} &= c_1 [c_{23}(-c_4c_5s_6 - s_4c_6) + s_{23}s_5s_6] \\
 &\quad + s_1(c_4c_6 - s_4c_5s_6) \\
 r_{22} &= s_1 [c_{23}(-c_4c_5s_6 - s_4c_6) + s_{23}s_5s_6] \\
 &\quad - c_1(c_4c_6 - s_4c_5s_6) \\
 r_{32} &= -s_{23}(-c_4c_5s_6 - s_4c_6) + c_{23}s_5s_6 \\
 r_{13} &= -c_1(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5) - s_1s_4s_5 \\
 r_{23} &= -s_1(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5) + c_1s_4s_5 \\
 r_{33} &= s_{23}c_4s_5 - c_{23}c_5 \\
 p_x &= c_1[a_2c_2 + a_1 - d_4s_{23}] - d_3s_1 \\
 p_y &= s_1[a_2c_2 + a_1 - d_4s_{23}] + d_3c_1 \\
 p_z &= (-a_2s_2 + d_2) - d_4c_{23}
 \end{aligned}$$

Equation 2의 r_{ij} , $i=1,2,3$, $j=1,2,3$ 과 p_x , p_y , p_z 표현식이 바로 정기구학 식이다.

2.3 역기구학 식 유도

Equation 2로부터 Equation 3을 쓸 수 있다.

$$[{}_1^0T(\theta_1)]^{-1} {}_6^0T = {}_2^1T(\theta_2) {}_3^2T(\theta_3) {}_4^3T(\theta_4) {}_5^4T(\theta_5) {}_6^5T(\theta_6) \quad (3)$$

Equation 3은 Equation 4와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} c_1 & s_1 & 0 & 0 \\ -s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}_6^1T \quad (4)$$

Equation 4 양변의 2행 4열 원소를 서로 같다고 놓으면 Equation 5가 얻어진다.

$$-s_1p_x + c_1p_y = d_3 = 0 \quad (5)$$

p_x , p_y 를 삼각 함수 공식을 이용해서 Equation 6, 7로 대체한다.

$$\rho = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \quad (6)$$

$$\phi = \text{Atan2}(p_x, p_y) \quad (7)$$

여기에서,

$$p_x = \rho \cos \phi \quad (8)$$

$$p_y = \rho \sin \phi$$

Equation 8을 Equation 5에 대입하면 Equation 9를 얻는다.

$$c_1s\phi - s_1c\phi = \frac{d_3}{\rho} = 0 \quad (9)$$

삼각 함수 공식을 이용하여 Equation 9는 Equation 10으로 쓸 수 있다.

$$\sin(\phi - \theta_1) = \frac{d_3}{\rho} = 0 \quad (10)$$

따라서 Equation 11이 성립한다.

$$\cos(\phi - \theta_1) = \pm \sqrt{1 - \frac{d_3^2}{\rho^2}} = \pm 1 \quad (11)$$

Equation 11로부터 Equation 12를 얻을 수 있다.

$$\phi - \theta_1 = \text{Atan2}\left(\frac{d_3}{\rho}, \pm \sqrt{1 - \frac{d_3^2}{\rho^2}}\right) \quad (12)$$

따라서 θ_1 은 Equation 13과 같다.

$$\begin{aligned}
 \theta_1 &= \phi - \text{Atan2}\left(\frac{d_3}{\rho}, \pm \sqrt{1 - \frac{d_3^2}{\rho^2}}\right) \\
 &= \text{Atan2}(p_y, p_x) - \text{Atan2}\left(\frac{d_3}{\rho}, \pm \sqrt{1 - \frac{d_3^2}{\rho^2}}\right)
 \end{aligned} \quad (13)$$

Equation 13 우변의 두 번째 항은 0으로 볼 수 있으므로 θ_1 은 Equation 14와 같다.

$$\theta_1 = \text{Atan2}(p_y, p_x) \quad (14)$$

Figure 3에서 $\alpha = P_z - d_2$, $\beta = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} - a_1$, $l_3 = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ 이라 하면 Equation 15가 성립한다.

$$\delta = \text{Atan2}(\alpha, \beta) \quad (15)$$

또한 삼각형의 성질로부터

$$l_2^2 = l_1^2 + l_3^2 - 2l_1l_3\cos\phi \quad (16)$$

따라서 각도 ϕ 는 Equation 17과 같다.

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{l_1^2 + l_3^2 - l_2^2}{2l_1l_3}\right) \quad (17)$$

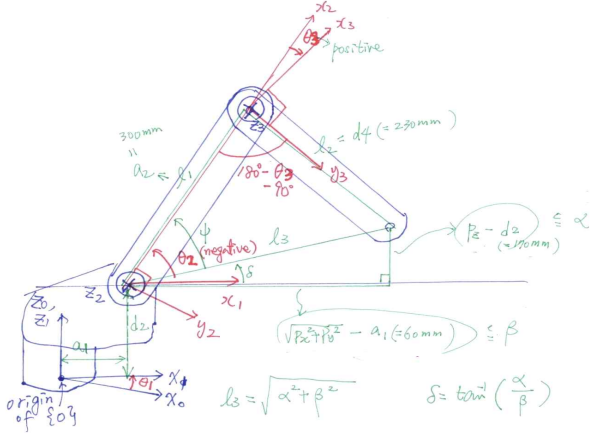


Figure 4. θ_1 , θ_2 , θ_3

그리고 삼각형 성질로부터 Equation 18도 성립한다.

$$l_3^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2\cos(90^\circ - \theta_3) \quad (18)$$

Equation 18로부터 θ_3 를 Equation 19와 같이 구할 수 있다.

$$\theta_3 = \sin^{-1}\left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - l_3^2}{2l_1l_2}\right) \quad (19)$$

또한 Figure 3로부터 θ_2 를 Equation 20과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_2 = \phi + \delta \quad (20)$$

그리고 Equation 3과 유사하게 Equation 21을 쓸 수 있다.

$${}^0_3T^{-1} {}^0_6T = {}^3_4T(\theta_4) {}^4_5T(\theta_5) {}^5_6T(\theta_6) \quad (21)$$

Equation 21은 Equation 22와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} c_1c_{23} & s_1c_{23} & -s_{23} & -c_{23}(c_2a_2+a_1) \\ -c_1s_{23} & -s_1s_{23} & -c_{23} & s_{23}(-a_2s_2+d_2) \\ -s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^3_6T \quad (22)$$

Equation 22 양변의 (1,3)원소들과 (3,3)원소들을 각각 같다고 놓으면 Equation 23이 성립한다.

$$\begin{aligned} r_{13}c_1c_{23} + r_{23}s_1c_{23} - r_{33}s_{23} &= -c_4s_5 \\ -r_{13}s_1 + r_{23}c_1 &= s_4s_5 \end{aligned} \quad (23)$$

(23)으로부터 θ_4 를 Equation 24와 같이 구할 수 있다.

$$\theta_4 = \text{Atan2}(-r_{13}s_1 + r_{23}c_1, -r_{13}c_1c_{23} - r_{23}s_1c_{23} + r_{33}s_{23}) \quad (24)$$

그리고 Equation 3, 21과 유사하게 Equation 25를 쓸 수 있다.

$${}^0_4T^{-1} {}^0_6T = {}^4_5T(\theta_5) {}^5_6T(\theta_6) \quad (25)$$

Equation 25 양변의 (1,3)원소들과 (3,3)원소들을 서로 같다고 놓으면 Equation 27, 28이 얻어진다.

$$r_{13}(c_1c_{23}c_4 + s_1s_4) + r_{23}(s_1c_{23}c_4 - c_1s_4) - r_{33}(s_{23}c_4) = -s_5 \quad (27)$$

$$r_{13}(-c_1s_{23}) + r_{23}(-s_1s_{23}) + r_{33}(-c_{23}) = c_5 \quad (28)$$

Equation 27, 28로부터 θ_5 를 Equation 29와 같이 구할 수 있다.

$$\theta_5 = \text{Atan2}(s_5, c_5) \quad (29)$$

여기에서 s_5 는 Equation 27 좌변 값에 음수 부호를 붙인 것이고 c_5 는 Equation 28의 좌변 값이다.

그리고 Equation 3, 21, 25와 유사하게 Equation 30을 쓸 수 있다.

$${}^0_5T^{-1} {}^0_6T = {}^5_6T(\theta_6) \quad (30)$$

Equation 30 식 양변의 (1,1)원소가 같다고 놓으면 Equation 31을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} c_6 &= r_{11}[(c_1c_{23}c_4 + s_1s_4)c_5 - c_1s_{23}s_5] \\ &\quad + r_{21}[(s_1c_{23}c_4 - c_1s_4)c_5 - s_1s_{23}s_5] \\ &\quad - r_{31}(s_{23}c_4c_5 + c_{23}s_5) \end{aligned} \quad (31)$$

또한 Equation 30 식 양변의 (3,1)원소가 같다고 놓으면 Equation 32를 얻을 수 있다.

$$s_6 = -r_{11}(c_1c_{23}s_4 - s_1c_4) - r_{21}(s_1c_{23}s_4 + c_1c_4) - r_{31}(s_{23}s_4) \quad (32)$$

Equation 31과 32로부터 θ_6 를 Equation 33과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_6 = \text{Atan2}(s_6, c_6) \quad (33)$$

여기에서 c_6 는 Equation 31의 우변값, s_6 는 Equation 32의 우변값이다. 이상과 같이 구한 $\theta_1 \sim \theta_6$ 값들이 이 연구에서 얻고자 했던 역기구학 식들이다.

2. 결 론

본 연구에서는 건축 건설 현장에서 사용되어 건축 자동화에 사용될 수 있는 로봇팔을 설계할 때 반드시 계산해야 하는 역기구학 식을 Annin Robotics 사에서 만들어 판매 중인 AR4 MK3 로봇팔에 대해 구하였다.

본 연구에서는 로봇팔의 6개 링크들에 대한 프레임을 어느 위치 어느 방향에 설정하는지에 대한 방법을 제안하였고 제안한 프레임들에 대해 링크 파라미터를 구함으로써 인접 링크들간의 변환 행렬을 유도하였다. 유도된 링크간 변환 행렬 들을 전부 곱함으로써 정기구학 식을 유도하였고 구해진 정기구학 식을 이용하여 $\theta_4 \sim \theta_6$ 까지의 역기구학 식을 얻어냈다. 또한 기하학적 방법을 이용하여 $\theta_1 \sim \theta_3$ 까지의 필요한 관절 회전 각도를 구하였다.

이와 같이 구한 6개의 각도값 $\theta_1 \sim \theta_6$ 는 end-effector의 원하는 위치와 방향이 주어졌을 때 이 것이 달성되도록 하는 6개 관절 회전 각도값으로 사용된다. 따라서 본 연구에서 구한 역기구학 식들은 AR4 MK3와 유사한 형태의 로봇팔을 설계하고 제작하는데 사용될 수 있을 것으로 기대한다.

REFERENCES

- 1 이상현, 백프란시스(2022), 공감하는 건설 로봇을 지향하며, *Journal of Construction Automation and Robotics*, 1(1), 16-21.
- 2 Gambao, E., Balaguer, C., Barrientos, A., Saltaren, R. and Purente, E. A.(1997), Robot Assembly System for the Construction Process Automation, *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1(1), 46-51.
- 3 Bock, T., Stricker, D., Fliendner, J. and Huynh, T.(1996), Automatic Generation of the Controlling System for a Wall Construction Robot, *Automation in Construction*, 5(1), 15-21.
- 4 You, S. -N., Lee, S. -Y., Choi, H. -S., Lee, K. -Y., Lee, S. -H. and Han, C. -S.(2004), A Study of the Automation System using a Multi-DOF Manipulator for the Curtain Wall Installation in a Skyscraper, *Proceedings of the KSME 2004 Spring Annual Meeting*, 940-945.
- 5 Nagata, M., Baba, N., Tachikawa, H., Shimizu, I. and Aoki, T.(1997), Steel Frame Welding Robot Systems and Their Application at the Construction Site, *Microcomputers in Civil Engineering*, 12(1), 15-30.
- 6 김수현 외 2인(2010), 휴머노이드 로봇 공학, 홍릉과학출판사.
- 7 John J. Craig(1986), *Introduction to Robotics*, Addison-Wesley Publishing Company.